

§5 DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

- LUYỆN TẬP BẤT PHƯƠNG TRÌNH (tiếp theo)

Câu 201. Tìm các số nguyên x để biểu thức $f(x) = \left(\frac{2x-1}{x+3}\right)^2 - \frac{|2x-1|}{|x+3|} - 6$ luôn âm?

A. 2. B. 8. C. 4. D. 6.

Lời giải.

Đặt $t = \frac{|2x-1|}{|x+3|} \geq 0$ ta được $t^2 - t - 6 < 0$ hay $-2 < x < 3$.

Suy ra $\left|\frac{2x-1}{x+3}\right| < 3$ hay $(2x-1)^2 - 9(x+3)^2 < 0$ với $x \neq -3$.

Từ đó $-5x^2 - 58x - 80 \leq 0$ hay $-10 < x < -\frac{8}{5}$. Từ đó có 8 số nguyên cần tìm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 202. Có bao nhiêu số nguyên dương x để biểu thức $f(x) = \left|\frac{x^2+2x-3}{-x^2+3x-3}\right|$ luôn nhỏ hơn 1.

A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Lời giải.

Ta có $f(x) < 1 \Leftrightarrow -1 < \frac{x^2+2x-3}{-x^2+3x-3} < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2+2x-3}{-x^2+3x-3} > -1 \\ \frac{x^2+2x-3}{-x^2+3x-3} < 1 \end{cases}$.

Giải hệ bất phương trình trên ta được tập nghiệm là $(-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; \frac{6}{5}\right)$.

Từ đó suy ra có 1 số nguyên dương cần tìm.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 203. Biết rằng bất phương trình $x^2 + (x+1)^2 \leq \frac{15}{x^2+x+1}$ có tập nghiệm là đoạn $[a; b]$. Tính $T = b - a$.

A. $T = \frac{11}{2}$. B. $T = 1$. C. $T = 3$. D. $T = \frac{3}{2}$.

Lời giải.

BPT $\Leftrightarrow [2(x^2+x)+1](x^2+x+1) \leq 15$.

Đặt $t = x^2+x$, BPT có dạng $(2t+1)(t+1) \leq 15 \Leftrightarrow 2t^2+3t-14 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{7}{2} \leq t \leq 2$.

Do đó BPT $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+x-2 \leq 0 \\ 2x^2+2x+7 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x^2+x-2 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 1$.

Tập nghiệm của BPT đã cho là $[-2; 1]$.

Vậy $T = 1 - (-2) = 3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 204. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^3-3x^2-x+3}{-x^2+2x} \geq 0$.

- A. $[-1; 0) \cup [1; 2) \cup [3; +\infty)$. B. $[-1; 0] \cup [1; 2] \cup [3; +\infty)$.
C. $(-\infty; -1] \cup [0; 1] \cup [2; 3]$. D. $(-\infty; -1] \cup (0; 1] \cup (2; 3]$.

Lời giải.

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \frac{(x-1)(x^2-2x-3)}{-x^2+2x} \geq 0.$$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	0	1	2	3	$+\infty$
$x-1$		$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
x^2-2x-3	$+$	0	$-$	$-$	$-$	$-$	0
$-x^2+2x$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
$\frac{x^3-3x^2-x+3}{-x^2+2x}$	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$	$-$

Từ BXD ta có tập nghiệm của BPT là $(-\infty; -1] \cup (0; 1] \cup (2; 3]$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 205. Biết rằng bất phương trình $(x-1)(x+5)(x-3)(x+7) \leq 297$ có tập nghiệm là đoạn $[a; b]$. Tính $T = a - b$.

A. $T = 12$.

B. $T = 4$.

C. $T = -4$.

D. $T = -12$.

Lời giải.

$$\text{BPT} \Leftrightarrow (x^2+4x-5)(x^2+4x-21) \leq 297.$$

$$\text{Đặt } t = x^2 + 4x, \text{ BPT có dạng } (t-5)(t-21) \leq 297 \Leftrightarrow t^2 - 26t - 192 \leq 0 \Leftrightarrow -6 \leq t \leq 32.$$

$$\text{Ta có hệ } \begin{cases} x^2 + 4x + 6 \geq 0 \\ x^2 + 4x - 32 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 + 4x - 32 \leq 0 \Leftrightarrow -8 \leq x \leq 4. \text{ Vậy } T = -12.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 206. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x-3}{1-x} + \frac{x-4}{x+1} \geq \frac{x^2+4x+17}{x^2-1}$.

A. $(-\infty; -5] \cup [-2; +\infty)$.

B. $[-5; -2]$.

C. $[-5; -2] \cup (-1; 1)$.

D. $(-\infty; -5] \cup [-2; -1) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \frac{x^2+7x+10}{1-x^2} \geq 0.$$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-5	-2	-1	1	$+\infty$
$x^2+7x+10$		$+$	0	$-$	0	$+$
$1-x^2$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	0
$\frac{x^2+7x+10}{1-x^2}$	$-$	0	$+$	0	$+$	$-$

Từ BXD suy ra tập nghiệm của BPT là $[-5; -2] \cup (-1; 1)$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 207. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^4-x^2+6x-9}{2x^2+2x-7} \leq 0$.

A. $\left[\frac{-1-\sqrt{15}}{2}; \frac{-1-\sqrt{13}}{2} \right] \cup \left[\frac{-1+\sqrt{13}}{2}; \frac{-1+\sqrt{15}}{2} \right]$.

- B. $\left(-\infty; \frac{-1 - \sqrt{15}}{2}\right] \cup \left[\frac{-1 - \sqrt{13}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}\right] \cup \left[\frac{-1 + \sqrt{15}}{2}; +\infty\right)$.
- C. $\left(\frac{-1 - \sqrt{15}}{2}; \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}\right] \cup \left[\frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{15}}{2}\right)$.
- D. $\left(-\infty; \frac{-1 - \sqrt{15}}{2}\right) \cup \left[\frac{-1 - \sqrt{13}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}\right] \cup \left(\frac{-1 + \sqrt{15}}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải.

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \frac{x^4 - (x-3)^2}{2x^2 + 2x - 7} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{(x^2 - x + 3)(x^2 + x - 3)}{2x^2 + 2x - 7} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 + x - 3}{2x^2 + 2x - 7} \leq 0.$$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	$\frac{-1-\sqrt{15}}{2}$	$\frac{-1-\sqrt{13}}{2}$	$\frac{-1+\sqrt{13}}{2}$	$\frac{-1+\sqrt{15}}{2}$	$+\infty$	
x^2+x-3	+	+	0	-	0	+	
$2x^2+2x-7$	+	0	-	-	-	0	+
$\frac{x^2+x-3}{2x^2+2x-7}$	+	-	0	+	0	-	+

Từ BXD suy ra tập nghiệm của BPT là $\left(\frac{-1 - \sqrt{15}}{2}; \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}\right] \cup \left[\frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{15}}{2}\right)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 208. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $x^4 + x^3 - 4x^2 + x + 1 > 0$.

- A. $\left(-\infty; \frac{-3 - \sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{-3 + \sqrt{5}}{2}; 1\right) \cup (1; +\infty)$.
- B. $\left(-\infty; \frac{-3 - \sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{-3 + \sqrt{5}}{2}; +\infty\right)$.
- C. $\left(-\infty; \frac{-3 - \sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{-3 + \sqrt{5}}{2}; 0\right) \cup (0; +\infty)$.
- D. $\left(\frac{-3 - \sqrt{5}}{2}; \frac{-3 + \sqrt{5}}{2}\right) \cup (0; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $x = 0$ là một nghiệm của BPT đã cho.

Với $x \neq 0$, chia hai vế của BPT cho $x^2 > 0$, BPT được viết lại là

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} - 4 > 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) - 6 > 0.$$

Đặt $t = x + \frac{1}{x}$, ta được BPT $\Leftrightarrow t^2 + t - 6 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t > 2 \\ t < -3. \end{cases}$

- Với $t > 2$, ta có $x + \frac{1}{x} > 2 \Leftrightarrow \frac{(x-1)^2}{x} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1. \end{cases}$

Suy ra tập nghiệm $T_1 = (0; +\infty) \setminus \{1\}$.

- Với $t < -3$, ta có $x + \frac{1}{x} < -3 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 3x + 1}{x} < 0$ (2)

Suy ra tập nghiệm của (2) là $T_2 = \left(-\infty; \frac{-3 - \sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{-3 + \sqrt{5}}{2}; 0\right)$.

Vậy tập nghiệm của BPT đã cho là

$$T = \{0\} \cup T_1 \cup T_2 = \left(-\infty; \frac{-3 - \sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{-3 + \sqrt{5}}{2}; 1\right) \cup (1; +\infty).$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 209. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $(x+2)^4 + (x+4)^4 > 82$.

A. $(-\infty; -5) \cup (-1; +\infty)$.

B. $(-\infty; -3 - \sqrt{10}) \cup (-3 + \sqrt{10}; +\infty)$.

C. $(-5; -1)$.

D. $(-3 - \sqrt{10}; -3 + \sqrt{10})$.

Lời giải.

Đặt $y = x + 3 \Rightarrow x + 2 = y - 1, x + 4 = y + 1$, thay vào BPT ta được

$$\begin{aligned} (y-1)^4 + (y+1)^4 > 82 &\Leftrightarrow [(y-1)^2 + (y+1)^2]^2 - 2(y^2-1)^2 > 82 \\ &\Leftrightarrow (2y^2+2)^2 - 2(y^2-1)^2 > 82 \\ &\Leftrightarrow y^4 + 6y^2 - 40 > 0. \end{aligned}$$

Đặt $t = y^2, t \geq 0$, ta có BPT $\Leftrightarrow t^2 + 6t - 40 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t > 4 \\ t < -10 \end{cases} \Leftrightarrow t > 4 \Leftrightarrow y^2 > 4 \Leftrightarrow \begin{cases} y > 2 \\ y < -2. \end{cases}$

Thế $y = x + 3$, ta có BPT đã cho tương đương $\begin{cases} x+3 > 2 \\ x+3 < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < -5. \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của BPT là $(-\infty; -5) \cup (-1; +\infty)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 210. Tập nghiệm của bất phương trình $(2x^2 - 3x + 2)(1 - x^2) < 0$ là

A. $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

B. $S = (-1; 1)$.

C. $S = \emptyset$.

D. $S = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$2x^2 - 3x + 2$	+	+	+	+
$1 - x^2$	-	0	0	-
VT	-	0	0	-

Từ bảng xét dấu suy ra $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 211. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 5x + 4} \leq 0$ là

A. $S = [1; 4]$.

B. $S = (1; 4)$.

C. $S = \{-2\}$.

D. $S = (1; 4) \cup \{-2\}$.

Lời giải.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	1	4	$+\infty$
$x^2 + 4x + 4$	+	0	+	+	+
$x^2 - 5x + 4$	+	0	+	0	+
VT	+	0	+	-	+

Từ bảng xét dấu suy ra $S = (1; 4) \cup \{-2\}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 212. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{x^2 + 5x + 4}{2x^2 + 3x + 1}}$.

A. $\left[-4; -\frac{1}{2}\right]$.

B. $(-\infty; -4] \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

C. $(-\infty; -4) \cup \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{-4; -\frac{1}{2}\right\}$.

Lời giải.

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \frac{x^2 + 5x + 4}{2x^2 + 3x + 1} \geq 0$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-4	-1	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$x^2 + 5x + 4$	+	0	-	0	+
$2x^2 + 3x + 1$	+	0	+	0	+
VT	+	0	-	-	+

TXĐ: $(-\infty; -4] \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 213. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{-2x^2 + 7x + 7}{x^2 - 3x - 10} \leq -1$ là S . Hãy chọn câu **đúng**.

A. $S = [1; 3]$.

B. $S \cap \mathbb{R} = (-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$.

C. $\mathbb{R} \setminus S = [-2; 1) \cup (3; 5]$.

D. $S \cap \mathbb{R} = \emptyset$.

Lời giải.

Ta có: $\frac{-2x^2 + 7x + 7}{x^2 - 3x - 10} \leq -1 \Leftrightarrow \frac{-x^2 + 4x - 3}{x^2 - 3x - 10} \leq 0$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	1	3	5	$+\infty$
$-x^2 + 4x - 3$	-	-	0	+	0	-
$x^2 - 3x - 10$	+	0	-	-	0	+
VT	-	+	0	-	+	-

Từ bảng xét dấu suy ra $S = (-\infty; -2) \cup [1; 3] \cup (5; +\infty)$.

$\Rightarrow \mathbb{R} \setminus S = [-2; 1) \cup (3; 5]$.

Chọn đáp án **(C)**

□

- Câu 214.** Bất phương trình $\frac{x^2 - 1}{(x^2 - 3)(-3x^2 + 2x + 8)} > 0$ có tập nghiệm là S . Hãy chọn câu **đúng**.
- A. $S \cap \mathbb{R} = \left(-\sqrt{3}; -\frac{4}{3}\right) \cup (-1; 1) \cup \left(\sqrt{3}; 2\right)$.
 B. $S = (-\infty; -\sqrt{3}] \cup \left[-\frac{4}{3}; -1\right] \cup [1; \sqrt{3}]$.
 C. $S = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm\sqrt{3}; -\frac{4}{3}; 2\right\}$.
 D. $S = \emptyset$.

Lời giải.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{4}{3}$	-1	1	$\sqrt{3}$	2	$+\infty$		
$x^2 - 1$		+	+	+	0	-	0	+	+	
$x^2 - 3$		+	0	-	-	-	0	+	+	
$-3x^2 + 2x + 8$		-	-	0	+	+	+	+	0	-
VT		-	+	-	0	+	0	-	+	-

Từ bảng xét dấu ta suy ra $S \cap \mathbb{R} = \left(-\sqrt{3}; -\frac{4}{3}\right) \cup (-1; 1) \cup \left(\sqrt{3}; 2\right)$.

Chọn đáp án **A**

□

- Câu 215.** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + 10 \leq \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 8}$ là S . Hãy chọn câu **đúng**.

- A. $S = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\sqrt{2}\}$.
 B. $S \cap \mathbb{R} = [-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}]$.
 C. $\mathbb{R} \setminus S = (-\infty; -3) \cup [-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}] \cup (3; +\infty)$.
 D. $S \cap \mathbb{R} = \emptyset$.

Lời giải.

Ta có: $x^2 + 10 \leq \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 8} \Leftrightarrow \frac{81 - x^4}{x^2 - 8} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(9 - x^2)(9 + x^2)}{x^2 - 8} \geq 0$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-3	$-2\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	3	$+\infty$	
$9 - x^2$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	0	$-$
$9 + x^2$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$x^2 - 8$	$+$	$+$	0	$-$	0	$+$	$+$
VT	$-$	0	$+$	$-$	$+$	0	$-$

Từ bảng xét dấu suy ra $S = [-3; -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}; 3]$.

Chọn đáp án **C**

□

- Câu 216.** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + x - \frac{3}{x^2 + x - 2} \leq 0$ là S . Hãy chọn câu **sai**.

- A. $S \cap \mathbb{R} = S$.
 B. $S \cap \mathbb{R} = \left[\frac{-1 - \sqrt{13}}{2}; -2\right] \cup \left(1; \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}\right]$.

C. $\mathbb{R} \setminus S = \left[\frac{-1 - \sqrt{13}}{2}; -2 \right) \cup \left(1; \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \right]$.

D. $S \cup \mathbb{R} = \emptyset$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} x^2 + x - \frac{3}{x^2 + x - 2} \leq 0 &\Leftrightarrow \frac{(x^2 + x)^2 - 2(x^2 + x) - 3}{x^2 + x - 2} \leq 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{(x^2 + x + 1)(x^2 + x - 3)}{x^2 + x - 2} \leq 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{x^2 + x - 3}{x^2 + x - 2} \leq 0. \end{aligned}$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	$\frac{-1-\sqrt{13}}{2}$	-2	1	$\frac{-1+\sqrt{13}}{2}$	$+\infty$	
x^2+x-3	+	0	-	-	-	0	+
x^2+x-2	+	+	0	-	0	+	+
VT	+	0	-	+	-	0	+

Từ bảng xét dấu suy ra $S = \left[\frac{-1 - \sqrt{13}}{2}; -2 \right) \cup \left(1; \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \right]$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 217. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta luôn có:

$$-1 \leq \frac{x^2 + 5x + m}{2x^2 - 3x + 2} < 7.$$

A. $m \geq 0$.

B. $m < -\frac{5}{3}$.

C. $m < 1$.

D. $-\frac{5}{3} \leq m < 1$.

Lời giải.

Ta có $2x^2 - 3x + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra $-1 \leq \frac{x^2 + 5x + m}{2x^2 - 3x + 2} < 7 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 2x + m + 2 \geq 0 \\ 13x^2 - 26x + 14 - m > 0. \end{cases}$

Ta có $3x^2 + 2x + m + 2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta \leq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{5}{3}$.

$13x^2 - 26x + 14 - m > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta \leq 0 \Leftrightarrow m < 1$.

Do đó $-\frac{5}{3} \leq m < 1$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 218. Bất phương trình $|ax^2 + bx + c| < ax^2 + bx + c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$ tương đương với

A. $ax^2 + bx + c \geq 0$.

B. $ax^2 + bx + c < 0$.

C. $ax^2 + bx + c > 0$.

D. $x \in \emptyset$.

Lời giải.

Ta có $|A| \geq A, \forall A \in \mathbb{R}$ nên bất phương trình $|ax^2 + bx + c| < ax^2 + bx + c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$ vô nghiệm.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 219. Số thực nào sau đây là nghiệm của bất phương trình $|2x^2 - 4x - 7| > 8$?

- A. -1. B. 2. C. -2. D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} |2x^2 - 4x - 7| > 8 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 4x - 7 > 8 \\ 2x^2 - 4x - 7 < -8 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 4x - 15 > 0 \\ 2x^2 - 4x + 1 < 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{2 + \sqrt{34}}{2} \\ x < \frac{2 - \sqrt{34}}{2} \\ \frac{2 - \sqrt{2}}{2} < x < \frac{2 + \sqrt{2}}{2}. \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 220. Tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 - 4x| < 0$ là

- A. $\emptyset$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; 4)$. D. $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

Lời giải.

Do $|x^2 - 4x| \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên ta có bất phương trình $|x^2 - 4x| < 0$ vô nghiệm.

Chọn đáp án **A** □

Câu 221. Bất phương trình $\sqrt{f(x)} \leq g(x)$ (trong đó x là biến) tương đương với

- A. $\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ f(x) \leq g^2(x). \end{cases}$ B. $\begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) \leq g^2(x). \end{cases}$ C. $\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) \leq g^2(x). \end{cases}$ D. $\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) \leq g^2(x). \end{cases}$

Lời giải.

$$\sqrt{f(x)} \leq g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) \leq g^2(x). \end{cases}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 222. Bất phương trình $\sqrt{f(x)} \geq g(x)$ (trong đó x là biến) tương đương với

- A. $f(x) \geq g^2(x)$ B. $\begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) \geq g^2(x). \end{cases}$ C. $\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) \geq g^2(x). \end{cases}$ D. $\begin{cases} g(x) < 0 \\ f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) \geq g^2(x). \end{cases}$

Lời giải.

$$\sqrt{f(x)} \geq g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) < 0 \\ f(x) \geq 0 \end{cases} \vee \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) \geq g^2(x). \end{cases}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 223. Bất phương trình $|x^2 - 9| > x^2 - 9$ tương đương với

- A. $x^2 - 9 \neq 0$. B. $\begin{cases} x > 3 \\ x < -3. \end{cases}$ C. $x < 3$. D. $-3 < x < 3$.

Lời giải.

Bất phương trình $|x^2 - 9| > x^2 - 9 \Leftrightarrow x^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 3$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 224. Bất phương trình $|x^2 - 16| \leq 16 - x^2$ tương đương với

- A. $x^2 > 16$. B. $x \leq 4$. C. $x^2 \geq 16$. D. $-4 \leq x \leq 4$.

Lời giải.

Bất phương trình $|x^2 - 16| \leq 16 - x^2 \Leftrightarrow 16 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -4 \leq x \leq 4$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 225. Bất phương trình $|f(x)| \leq g(x)$ (trong đó x là biến) tương đương với

- A. $\begin{cases} f(x) \leq g(x) \\ g(x) \geq 0. \end{cases}$ B. $\begin{cases} f(x) \leq g(x) \\ f(x) \leq -g(x). \end{cases}$ C. $\begin{cases} f(x) \leq g(x) \\ f(x) \geq -g(x). \end{cases}$ D. $\begin{cases} f(x) \geq -g(x) \\ f(x) \leq g(x). \end{cases}$

Lời giải.

Bất phương trình $|f(x)| \leq g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq -g(x) \\ f(x) \leq g(x). \end{cases}$

Chọn đáp án **D** □

Câu 226. Bất phương trình $|f(x)| > g(x)$ (trong đó x là biến) tương đương với

- A. $f(x) > g(x)$. B. $\begin{cases} f(x) > g(x) \\ f(x) > -g(x). \end{cases}$ C. $\begin{cases} f(x) > g(x) \\ f(x) < -g(x). \end{cases}$ D. $\begin{cases} f(x) > g(x) \\ f(x) > -g(x). \end{cases}$

Lời giải.

Bất phương trình $|f(x)| > g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > g(x) \\ f(x) < -g(x). \end{cases}$

Chọn đáp án **C** □

Câu 227. Giải bất phương trình $|x^2 - x - 12| \geq x^2 - x - 12$.

- A. $-3 < x < 4$. B. $-3 \leq x \leq 4$. C. $x \in \mathbb{R}$. D. $x \in \emptyset$.

Lời giải.

Ta có $|A| \geq A, \forall A \in \mathbb{R}$ nên bất phương trình $|x^2 - x - 12| \geq x^2 - x - 12$ luôn đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 228. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. $|A| > |B| \Leftrightarrow (A - B)(A + B) > 0$.
 B. $|A| > |B| \Leftrightarrow A > B$.
 C. $|A| > |B| \Leftrightarrow \begin{cases} A > B \\ A < -B \end{cases}$.
 D. $|A| > |B| \Leftrightarrow A > \pm B$.

Lời giải.

Ta có $|A| > |B| \Leftrightarrow A^2 > B^2 \Leftrightarrow A^2 - B^2 > 0 \Leftrightarrow (A - B)(A + B) > 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 229. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 - 2x| \geq 0$.

- A. $\mathbb{R}$.
 B. $\emptyset$.
 C. $(0; 2)$.
 D. $[0; 2]$.

Lời giải.

Ta có $|x^2 - 2x| \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 230. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 - x| \leq 0$.

- A. $\{0; 1\}$.
 B. $[0; 1]$.
 C. $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.
 D. $(0; 1)$.

Lời giải.

Ta có $|x^2 - x| \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó

$$|x^2 - x| \leq 0 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 231. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 - 4x + 3| \geq -x^2 + 4x - 3$.

- A. $\mathbb{R}$.
 B. $\emptyset$.
 C. $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.
 D. $(0; 1)$.

Lời giải.

Ta có

$$|x^2 - 4x + 3| \geq -x^2 + 4x - 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 < 0 \\ -x^2 + 4x - 3 \geq -x^2 + 4x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 < 0 \\ x^2 - 4x + 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 232. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 - x| \leq |x^2 - 1|$.

- A. $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
 B. $\{1\}$.
 C. $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$.
 D. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \{1\}$.

Lời giải.

Ta có

$$|x^2 - x| \leq |x^2 - 1| \Leftrightarrow (x^2 - x)^2 \leq (x^2 - 1)^2 \Leftrightarrow (x - 1)(2x^2 - x - 1) \geq 0.$$

Bảng xét dấu $f(x) = (x - 1)(2x^2 - x - 1)$:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	1	$+\infty$		
$x - 1$		$-$	$-$	0	$+$	
$2x^2 - x - 1$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 233. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 - 3x + 2| \leq x^2 - 3x + 2$.

A. $\emptyset$.

B. $[2; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1]$.

Lời giải.

Ta có

$$|x^2 - 3x + 2| \leq x^2 - 3x + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 < 0 \\ -x^2 + 3x - 2 \leq x^2 - 3x + 2 \\ x^2 - 3x + 2 \geq 0 \\ x^2 - 3x + 2 \leq x^2 - 3x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 < 0 \\ x^2 - 3x + 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 234. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 - x - 12| > x + 12 - x^2$.

A. $(-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$.

B. $(-4; 3)$.

C. $(-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$.

D. $\emptyset$.

Lời giải.

Ta có

$$|x^2 - x - 12| > x + 12 - x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 12 < 0 \\ -x^2 + x + 12 > -x^2 + x + 12 \\ x^2 - x - 12 \geq 0 \\ x^2 - x - 12 > -x^2 + x + 12 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - x - 12 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 235. Có bao nhiêu giá trị nguyên của x thỏa mãn bất phương trình $|x^2 - 1| \leq 3$?

A. 4.

B. 5.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$|x^2 - 1| \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq (x^2 - 1) \leq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \geq -2 \\ x^2 \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2.$$

Vậy có tất cả 5 giá trị nguyên của x thỏa mãn bất phương trình $|x^2 - 1| \leq 3$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 236. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\frac{|x^2 - 8x + 12|}{\sqrt{5-x}} > \frac{x^2 - 8x + 12}{\sqrt{5-x}}$.

- A. (2; 6). B. (2; 5). C. [2; 5]. D. (5; +∞).

Lời giải.

Điều kiện: $x < 5$. Khi đó ta có

$$\frac{|x^2 - 8x + 12|}{\sqrt{5-x}} > \frac{x^2 - 8x + 12}{\sqrt{5-x}} \Rightarrow |x^2 - 8x + 12| > x^2 - 8x + 12 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 12 < 0 \Leftrightarrow x \in (2; 6).$$

Kết hợp điều kiện, ta có tập nghiệm của bất phương trình $\frac{|x^2 - 8x + 12|}{\sqrt{5-x}} > \frac{x^2 - 8x + 12}{\sqrt{5-x}}$ là (2; 5).

Chú ý: $|f(x)| > f(x) \Leftrightarrow f(x) < 0$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 237. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $|3x^2 - 2x - 1| < |x^2 - x|$.

- A. $(-\infty; -\frac{1}{4})$. B. $(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{4})$. C. $[-\frac{1}{2}; \infty)$. D. $[-\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}]$.

Lời giải.

Ta có

$$|3x^2 - 2x - 1| < |x^2 - x| \Leftrightarrow (3x^2 - 2x - 1)^2 < (x^2 - x)^2 \Leftrightarrow (2x^2 - x - 1)(4x^2 - 3x - 1) < 0.$$

Bảng xét dấu $f(x) = (2x^2 - x - 1)(4x^2 - 3x - 1)$:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	1	$+\infty$		
$2x^2 - x - 1$	+	0	−	−	0	+	
$4x^2 - 3x - 1$	+		+	0	−	0	+
$f(x)$	+	0	−	0	+	0	+

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $|3x^2 - 2x - 1| < |x^2 - x|$ là $(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{4})$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 238. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 - 2x| + x^2 - 4 > 0$.

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$.
C. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải.

- Trường hợp 1: $x^2 - 2x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$, ta có $|x^2 - 2x| + x^2 - 4 > 0 \Rightarrow 2x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 2$. Kết hợp điều kiện, suy ra trường hợp này bất phương trình vô nghiệm.
- Trường hợp 2: $x^2 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 0 \end{cases}$, ta có $|x^2 - 2x| + x^2 - 4 > 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -1 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 239. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $|x - 6| > |x^2 - 5x + 9|$. Hỏi tập S chứa tập nào trong các tập hợp sau?

A. $S_1 = (0; 1)$.

B. $S_2 = [1; 3]$.

C. $S_3 = [2; 3]$.

D. $S_4 = (2; 3)$.

Lời giải.

$$BPT \Leftrightarrow (x-6)^2 > (x^2 - 5x + 9)^2 \Leftrightarrow (x^2 - 5x + 9)^2 - (x-6)^2 < 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 6x + 15)(x^2 - 4x + 3) < 0$$

Ta có bảng xét dấu của hàm số $f(x) = (x^2 - 6x + 15)(x^2 - 4x + 3)$.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$x^2 - 6x + 15$	+			+	
$x^2 - 4x + 3$	+	0	-	0	+
$f(x)$	+	0	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu, ta có $f(x) < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 3$. Suy ra $S = (1; 3)$.

Vậy $S_4 \subset S$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 240. Giải bất phương trình $\frac{x^2 - 9x + 18}{\sqrt{x-5}} \leq 0$.

A. $3 \leq x \leq 6$.

B. $5 \leq x \leq 6$.

C. $5 < x \leq 6$.

D. $5 < x < 6$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x > 5$.

Với điều kiện trên, ta có

$$\frac{x^2 - 9x + 18}{\sqrt{x-5}} \leq 0 \Leftrightarrow x^2 - 9x + 18 \leq 0 \Leftrightarrow 3 \leq x \leq 6.$$

So với điều kiện, suy ra $5 < x \leq 6$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 241. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2 - 2025} > \sqrt{2025 - x^2}$ là

A. $\emptyset$.

B. $[45; +\infty)$.

C. $(-\infty; 45)$.

D. $\{45\}$.

Lời giải.

$$\sqrt{x^2 - 2025} > \sqrt{2025 - x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2025 - x^2 \geq 0 \\ x^2 - 2025 > 2025 - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \leq 2025 \\ x^2 > 2025 \end{cases} \Rightarrow x \in \emptyset.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 242. Giải bất phương trình $\sqrt{x^2 - 2} \geq \sqrt{7}$.

A. $x \geq 3$.

B. $\begin{cases} x \geq \sqrt{2} \\ x \leq -\sqrt{2} \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -3 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} \sqrt{2} \leq x \leq 3 \\ -3 \leq x \leq -\sqrt{2} \end{cases}$.

Lời giải.

$$\sqrt{x^2 - 2} \geq \sqrt{7} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2 \geq 0 \\ x^2 \geq 9 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 \geq 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 3 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 243. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $(3 - 2\sqrt{2})x^2 - 2(3\sqrt{2} - 4)x + 6(2\sqrt{2} - 3) \leq 0$.

- A. $[-\sqrt{2}; 3\sqrt{2}]$. B. $(-\infty; 1]$. C. $[-1; +\infty)$. D. $[-1; 3\sqrt{2}]$.

Lời giải.

$$(3 - 2\sqrt{2})x^2 - 2(3\sqrt{2} - 4)x + 6(2\sqrt{2} - 3) \leq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq x \leq 3\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 244. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $(2 + \sqrt{7})x^2 + 3x - 14 - 4\sqrt{7} \geq 0$.

- A. $\mathbb{R}$. B. $(-\infty; -\sqrt{7}] \cup [2; +\infty)$.
C. $[-2\sqrt{2}; 5]$. D. $(-\infty; -\sqrt{7}] \cup [1; +\infty)$.

Lời giải.

$$(2 + \sqrt{7})x^2 + 3x - 14 - 4\sqrt{7} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\sqrt{7} \\ x \geq 2. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -\sqrt{7}] \cup [2; +\infty)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 245. Giá trị lớn nhất của x thỏa $x^2 - 4x - 5 \leq 0$ thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(0; 2)$. C. $(2; 4)$. D. $(4; 6)$.

Lời giải.

Ta có $x^2 - 4x - 5 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 5$, do đó giá trị lớn nhất của $x \in (4; 6)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 246. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $(m - 2)x^2 + 2(2m - 3)x + 5m - 6 = 0$ vô nghiệm.

- A. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 3 \end{cases}$. B. $1 < m < 3$. C. $\begin{cases} m < -3 \\ m > -1 \end{cases}$. D. $-3 < m < -1$.

Lời giải.

Với $m = 2$, phương trình tương đương với $2x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -2$ có nghiệm. Vậy $m = 2$ không thỏa mãn.

Với $m \neq 2$, ta có phương trình bậc hai $(m - 2)x^2 + 2(2m - 3)x + 5m - 6 = 0$ vô nghiệm khi

$$\begin{aligned} \Delta' &= (2m - 3)^2 - (m - 2)(5m - 6) < 0 \\ &\Leftrightarrow -m^2 + 4m - 3 < 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 247. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $(3 - m)x^2 - 2(m + 3)x + m + 2 = 0$ vô nghiệm.

- A. $1 < m < \frac{3}{2}$. B. $m < -\frac{3}{2}$. C. $m > -1$. D. $-\frac{3}{2} < m < -1$.

Lời giải.

Với $m = 3$, phương trình tương đương với $-12x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{12}$ có nghiệm. Vậy $m = 3$ không thỏa mãn.

Với $m \neq 3$, ta có phương trình bậc hai $(3 - m)x^2 - 2(m + 3)x + m + 2 = 0$ vô nghiệm khi

$$\begin{aligned}\Delta' &= (m + 3)^2 - (m + 2)(3 - m) < 0 \\ &\Leftrightarrow 2m^2 + 5m + 3 < 0 \\ &\Leftrightarrow -\frac{3}{2} < m < -1.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 248. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $(m + 2)x^2 - 3x + 2m - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $m < -2$. B. $-2 < m < \frac{3}{2}$. C. $m > \frac{3}{2}$. D. $\begin{cases} m < -2 \\ m > \frac{3}{2} \end{cases}$.

Lời giải.

Phương trình có hai nghiệm trái dấu khi

$$(m + 2)(2m - 3) < 0 \Leftrightarrow -2 < m < \frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 249. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $mx^2 - 2mx + 1 = 0$ có nghiệm.

A. $\begin{cases} m < 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m < 0 \\ m \geq 4 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$. D. $0 < m \leq 1$.

Lời giải.

Với $m = 0$ phương trình tương đương với $1 = 0$ vô nghiệm.

Với $m \neq 0$, phương trình bậc hai $mx^2 - 2mx + 1 = 0$ có nghiệm khi

$$\begin{aligned}\Delta' &= m^2 - m \geq 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{cases}.\end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện vậy $\begin{cases} m < 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 250. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $mx^2 - mx + 2 = 0$ có nghiệm.

A. $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 8 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m < 0 \\ m \geq 8 \end{cases}$. C. $0 < m \leq 8$. D. $0 \leq m \leq 8$.

Lời giải.

Với $m = 0$ phương trình tương đương với $2 = 0$ vô nghiệm.

Với $m \neq 0$, phương trình bậc hai $mx^2 - mx + 2 = 0$ có nghiệm khi

$$\Delta = m^2 - 8m \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 8 \\ m \leq 0. \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện vậy $\begin{cases} m < 0 \\ m \geq 8. \end{cases}$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 251. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hai phương trình $x^2 + x + m + 1 = 0$ và $x^2 + (m + 1)x + 1 = 0$ cùng vô nghiệm.

A. $0 < m < 1$. B. $-\frac{3}{4} < m < 1$. C. $\begin{cases} m < -\frac{3}{4} \\ m > 1 \end{cases}$. D. $-\frac{5}{4} < m < 1$.

Lời giải.

Phương trình $x^2 + x + m + 1 = 0$ vô nghiệm khi $\Delta = 1 - 4(m + 1) < 0 \Leftrightarrow m > -\frac{3}{4}$.

Phương trình $x^2 + (m + 1)x + 1 = 0$ vô nghiệm khi $\Delta = (m + 1)^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 1$.

Cả hai phương trình cùng vô nghiệm khi $\begin{cases} m > -\frac{3}{4} \\ -3 < m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{3}{4} < m < 1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 252. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} x + m \leq 0 \\ x^2 - x + 4 < x^2 - 1 \end{cases}$ có nghiệm.

A. $m < -5$. B. $m > -5$. C. $m > 5$. D. $m < 5$.

Lời giải.

Hệ phương trình $\begin{cases} x + m \leq 0 \\ x^2 - x + 4 < x^2 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -m \\ x > 5 \end{cases}$ có nghiệm khi $5 < -m \Leftrightarrow m < -5$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 253. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} x(x + 1) \leq 0 \\ x - m < 0 \end{cases}$ có nghiệm.

A. $m \geq -1$. B. $-1 \leq m \leq 0$. C. $m > -1$. D. $m \geq 0$.

Lời giải.

Hệ phương trình $\begin{cases} x(x + 1) \leq 0 \\ x - m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 0 \\ x < m \end{cases}$ có nghiệm khi $m > -1$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 254. Bất phương trình $|x^2 - 4| > x^2 - 4$ tương đương với

A. $x^2 - 4 = 0$.

B. $x^2 - 4 > 0$.

C. $-2 < x < 2$.

D. $x < 2$.

Lời giải.

Ta có

$$|x^2 - 4| > x^2 - 4 \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ -x^2 + 4 > x^2 - 4 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 - 4 \geq 0 \\ x^2 - 4 > x^2 - 4 \end{cases} \quad (\text{vô nghiệm}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 2 \\ 8 > 2x^2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x < 2.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 255. Tìm tất cả các giá trị thực của x thỏa mãn bất phương trình $|2x^2 - 5x| > 3$.

A. $x < -\frac{1}{2}$.

B. $x > 1$.

C. $x > 3$.

D. $x < -\frac{1}{2}, 1 < x < \frac{3}{2}, x > 3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } |2x^2 - 5x| > 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 5x > 3 \\ 2x^2 - 5x < -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 5x - 3 > 0 \\ 2x^2 - 5x + 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (3; +\infty) \\ x \in \left(1; \frac{3}{2}\right) \end{cases}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 256. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $|6 - x| \geq 3x^2 + x - 2$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

• Trường hợp 1: $x \leq 6$, ta có

$$|6 - x| \geq 3x^2 + x - 2 \Rightarrow 6 - x \geq 3x^2 + x - 2 \Leftrightarrow 3x^2 + 2x - 8 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq \frac{4}{3}.$$

Suy ra trường hợp này bất phương trình có 4 nghiệm nguyên.

• Trường hợp 2: $x > 6$, ta có $|6 - x| \geq 3x^2 + x - 2 \Rightarrow x - 6 \geq 3x^2 + x - 2 \Leftrightarrow 3x^2 + 4 \leq 0$. Trường hợp này bất phương trình vô nghiệm.

Chọn đáp án **D** □

Câu 257. Giải bất phương trình $|x - 2| \geq x^2 + x - 11$.

A. $-1 - \sqrt{14} \leq x \leq 3$.

B. $-3 \leq x \leq 3$.

C. $\begin{cases} -1 - \sqrt{14} \leq x < 2 \\ 2 < x \leq 3. \end{cases}$

D. Kết quả khác.

Lời giải.

• Trường hợp 1: $x \leq 2$, ta có

$$|x - 2| \geq x^2 + x - 11 \Rightarrow 2 - x \geq x^2 + x - 11 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 13 \leq 0 \Leftrightarrow -1 - \sqrt{14} \leq x \leq -1 + \sqrt{14}.$$

Kết hợp điều kiện, suy ra $-1 - \sqrt{14} \leq x \leq 2$ là nghiệm của bất phương trình.

• Trường hợp 2: $x > 2$, ta có

$$|x - 2| \geq x^2 + x - 11 \Rightarrow x - 2 \geq x^2 + x - 11 \Leftrightarrow x^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3.$$

Kết hợp điều kiện, suy ra $2 < x \leq 3$ là nghiệm của bất phương trình.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $[-1 - \sqrt{14}; 3]$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 258. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $x|x| - 2x - 3 < 0$.

- A. $[0; 3)$. B. $(-1; 3)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $\emptyset$.

Lời giải.

- Trường hợp 1: $x \geq 0$, ta có $x|x| - 2x - 3 < 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$. Kết hợp điều kiện, suy ra $0 \leq x < 3$ là nghiệm của bất phương trình.
- Trường hợp 2: $x < 0$, ta có $x|x| - 2x - 3 < 0 \Rightarrow -x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$. Kết hợp điều kiện, suy ra $x < 0$ là nghiệm của bất phương trình.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(-\infty; 3)$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 259. Giải bất phương trình $|x^2 - 1| \leq x - 1$.

- A. $x \in \emptyset$. B. $x \in \mathbb{R}$. C. $x \geq 1$. D. $x = 1$.

Lời giải.

- Trường hợp 1: $x^2 \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -1 \end{cases}$, ta có $|x^2 - 1| \leq x - 1 \Rightarrow x^2 - x \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 1$. Kết hợp điều kiện, suy ra $x = 1$ là nghiệm của bất phương trình.
- Trường hợp 2: $x^2 < 1 \Leftrightarrow -1 < x < 1$, ta có $|x^2 - 1| \leq x - 1 \Rightarrow x^2 + x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -2 \end{cases}$. Kết hợp điều kiện, trường hợp này bất phương trình vô nghiệm.

Vậy bất phương trình đã cho có 1 nghiệm là $x = 1$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 260. Bất phương trình $x^2 - 3x \geq |x|$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương nhỏ hơn 2020?

- A. 2016. B. 2017. C. 2019. D. 2020.

Lời giải.

- Trường hợp 1: $x \geq 0$, ta có $x^2 - 3x \geq |x| \Rightarrow x^2 - 4x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq 0 \end{cases}$. Kết hợp điều kiện, suy ra $\begin{cases} x \geq 4 \\ x = 0 \end{cases}$ là nghiệm. Trường hợp này, bất phương trình $x^2 - 3x \geq |x|$ có $2020 - 4 = 2016$ nghiệm nguyên dương nhỏ hơn 2020.
- Trường hợp 2: $x < 0$, ta có $x^2 - 3x \geq |x| \Rightarrow x^2 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 0 \end{cases}$. Kết hợp điều kiện, suy ra $x < 0$ là nghiệm. Trường hợp này, bất phương trình $x^2 - 3x \geq |x|$ không có nghiệm nguyên dương nhỏ hơn 2020.

Bất phương trình đã cho có 2016 nghiệm nguyên dương nhỏ hơn 2020.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 261. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 - 3x| < |5x|$.

- A. $(-2; 8)$. B. $(-2; 0)$. C. $(-2; 8) \setminus \{0\}$. D. $(0; 8)$.

Lời giải.

Ta có

$$|x^2 - 3x| < |5x| \Leftrightarrow (x^2 - 3x)^2 < (5x)^2 \Leftrightarrow (x^2 - 8x)(x^2 + 2x) < 0.$$

Bảng xét dấu $f(x) = (x^2 - 8x)(x^2 + 2x)$:

x	$-\infty$	-2	0	8	$+\infty$
$x^2 - 8x$	+		+	0	+
$x^2 + 2x$	+	0	-	0	+
$f(x)$	+	0	-	0	+

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 - 3x| < |5x|$ là $(-2; 8) \setminus \{0\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 262. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 - 4x + 3| - 8x + 33 < 0$.

- A. $[6; +\infty)$. B. $\{6\}$. C. $[0; 6]$. D. $\emptyset$.

Lời giải.

- Trường hợp 1: $x^2 - 4x + 3 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 3$, ta có $|x^2 - 4x + 3| - 8x + 33 < 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 30 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 + \sqrt{34} \\ x < -2 - \sqrt{34} \end{cases}$. Kết hợp điều kiện, suy ra trường hợp này bất phương trình vô nghiệm.
- Trường hợp 2: $x^2 - 3x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 1 \end{cases}$, ta có $|x^2 - 4x + 3| - 8x + 33 < 0 \Rightarrow x^2 - 12x + 36 < 0 \Leftrightarrow (x - 6)^2 < 0$ vô nghiệm.

Vậy bất phương trình $|x^2 - 4x + 3| - 8x + 33 < 0$ vô nghiệm.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 263. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\frac{|x^2 - 1| + 7x - 7}{3x^2 - x + 5} \leq 0$.

- A. $(-8; 1)$. B. $[0; 1]$. C. $[-8; 1]$. D. $(-\infty; 1]$.

Lời giải.

Ta có $3x^2 - x + 5 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

- Trường hợp 1: $x^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1$, ta có

$$\frac{|x^2 - 1| + 7x - 7}{3x^2 - x + 5} \leq 0 \Rightarrow \frac{-x^2 + 7x - 6}{3x^2 - x + 5} \leq 0 \Leftrightarrow -x^2 + 7x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 6 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện, suy ra $-1 < x < 1$ là nghiệm của bất phương trình.

- Trường hợp 2: $x^2 - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -1 \end{cases}$, ta có

$$\frac{|x^2 - 1| + 7x - 7}{3x^2 - x + 5} \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2 + 7x - 8}{3x^2 - x + 5} \leq 0 \Leftrightarrow x^2 + 7x - 8 \leq 0 \Leftrightarrow -8 \leq x \leq 1.$$

Kết hợp điều kiện, suy ra $\begin{cases} -8 \leq x \leq -1 \\ x = 1 \end{cases}$ là nghiệm của bất phương trình.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $\frac{|x^2 - 1| + 7x - 7}{3x^2 - x + 5} \leq 0$ là $[-8; 1]$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 264. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 - x| \geq 2$.

- A. $(-\infty; -1]$. B. $[2; +\infty)$.
C. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. D. $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có

$$|x^2 - x| \geq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x \geq 2 \\ x^2 - x \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 2 \geq 0 \\ x^2 - x + 2 \leq 0 \end{cases} \begin{matrix} \text{(vô nghiệm)} \\ \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -1. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 - x| \geq 2$ là $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 265. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 - 2x - 3| > 2$.

- A. $(-\infty; 1 - \sqrt{6}]$.
B. $(1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}]$.
C. $(-\infty; 1 - \sqrt{6}) \cup (1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2})$.
D. $(-\infty; 1 - \sqrt{6}) \cup (1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}) \cup (1 + \sqrt{6}; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có

$$|x^2 - 2x - 3| > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 3 > 2 \\ x^2 - 2x - 3 < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 5 > 0 \\ x^2 - 2x - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 - \sqrt{6} \\ x > 1 + \sqrt{6} \\ 1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2}. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty; 1 - \sqrt{6}) \cup (1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}) \cup (1 + \sqrt{6}; +\infty)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 266. Bất phương trình $|-x^2 + 3x - 2| \leq x + 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải.

Điều kiện có nghiệm: $x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$. Ta có

$$\begin{aligned} |-x^2 + 3x - 2| \leq x + 1 &\Leftrightarrow -(x + 1) \leq -x^2 + 3x - 2 \leq x + 1 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 1 \leq 0 \\ -x^2 + 2x - 3 \leq 0 \end{cases} \text{ (luôn đúng)} \\ &\Leftrightarrow 2 - \sqrt{3} \leq x \leq 2 + \sqrt{3} \text{ (thỏa mãn).} \end{aligned}$$

Vậy bất phương trình có 3 nghiệm nguyên là 1, 2, 3.

Chọn đáp án **D** □

Câu 267. Bất phương trình $|-x^2 + x - 1| \leq 2x + 5$ có tập nghiệm $S = [a; b]$. Tính $P = a + b$.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Điều kiện có nghiệm: $x \geq -\frac{5}{2}$. Ta có

$$\begin{aligned} |-x^2 + x - 1| \leq 2x + 5 &\Leftrightarrow -(2x + 5) \leq -x^2 + x - 1 \leq 2x + 5 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x - 4 \leq 0 \\ x^2 + x + 6 \geq 0 \end{cases} \quad (\text{luôn đúng}) \\ &\Leftrightarrow -1 \leq x \leq 4 \quad (\text{thỏa mãn}). \end{aligned}$$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm $S = [-1; 4] \Rightarrow a + b = -1 + 4 = 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 268. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 - 2x - 3| < 3x - 3$.

- A. $2 < x < 5$. B. $2 < x < 3$. C. $\begin{cases} x < -3 \\ x > 2 \end{cases}$. D. $0 < x < 5$.

Lời giải.

Ta có

$$|x^2 - 2x - 3| < 3x - 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 3 \geq 0 \\ x^2 - 2x - 3 < 3x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \vee x \geq 3 \\ 0 < x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < 5.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 269. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\frac{9}{|x - 5| - 3} \geq |x - 2|$.

- A. $[-1; 2)$. B. $[8; 5 + 3\sqrt{2})$.
C. $(-\infty; 5 - 3\sqrt{2}] \cup (8; 5 + 3\sqrt{2}]$. D. $[-1; 2) \cup (8; 5 + 3\sqrt{2}]$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $|x - 5| \neq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 8 \\ x \neq 2. \end{cases}$

• Trường hợp 1: $x \in (-\infty; 2)$, ta có

$$\frac{9}{|x - 5| - 3} \geq |x - 2| \Rightarrow \frac{9}{5 - x - 3} \geq 2 - x \Leftrightarrow 9 \geq (2 - x)^2 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 5.$$

Kết hợp với các điều kiện, suy ra $-1 \leq x < 2$ là nghiệm của bất phương trình.

• Trường hợp 2: $x \in (2; 5)$, ta có

$$\frac{9}{|x - 5| - 3} \geq |x - 2| \Rightarrow \frac{9}{5 - x - 3} \geq x - 2 \Leftrightarrow 9 \leq -(2 - x)^2 \Leftrightarrow 9 + (2 - x)^2 \leq 0 \quad (\text{vô nghiệm}).$$

• Trường hợp 3: $x \in [5; +\infty) \setminus \{8\}$, ta có $\frac{9}{|x - 5| - 3} \geq |x - 2| \Rightarrow \frac{9}{x - 8} \geq x - 2 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 10x + 7}{x - 8} \leq 0$.

Bảng xét dấu $f(x) = \frac{x^2 - 10x + 7}{x - 8}$:

x	$-\infty$	$5 - 3\sqrt{2}$	8	$5 + 3\sqrt{2}$	$+\infty$
$x - 8$		-	0	+	
$x^2 - 10x + 7$		+	0	-	+
$f(x)$		-	0	+	

Suy ra $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 5 - 3\sqrt{2}] \cup (8; 5 + 3\sqrt{2}]$. Kết hợp điều kiện, suy ra $x \in (8; 5 + 3\sqrt{2}]$ là nghiệm của bất phương trình.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[-1; 2) \cup (8; 5 + 3\sqrt{2}]$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 270. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\frac{|x+2|-x}{x} \geq 2$.

A. $(-\infty; 0)$.

B. $[1; +\infty)$.

C. $(0; 1]$.

D. $\emptyset$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x \neq 0$.

• Trường hợp 1: $x \geq -2$, ta có

$$\frac{|x+2|-x}{x} \geq 2 \Rightarrow \frac{2}{x} - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2-2x}{x} \geq 0 \Leftrightarrow 0 < x \leq 1 \quad (\text{thỏa mãn}).$$

• Trường hợp 2: $x < -2$, ta có

$$\frac{|x+2|-x}{x} \geq 2 \Rightarrow \frac{-2x-2}{x} - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-4x-2}{x} \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq x < 0 \quad (\text{không thỏa mãn}).$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(0; 1]$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 271. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\frac{|x-2|}{x^2-5x+6} \geq 3$.

A. $(-\infty; \frac{10}{3})$.

B. $(3; \frac{10}{3}]$.

C. $[\frac{10}{3}; +\infty)$.

D. $[3; \frac{10}{3}]$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x \neq 2, x \neq 3$.

• Trường hợp 1: $\begin{cases} x > 2 \\ x \neq 3 \end{cases}$, ta có

$$\frac{|x-2|}{x^2-5x+6} \geq 3 \Rightarrow \frac{x-2}{x^2-5x+6} \geq 3 \Leftrightarrow \frac{-3x^2+16x-20}{x^2-5x+6} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{10-3x}{x-3} \geq 0 \Leftrightarrow 3 < x \leq \frac{10}{3} \quad (\text{thỏa mãn}).$$

• Trường hợp 2: $x < 2$, ta có

$$\frac{|x-2|}{x^2-5x+6} \geq 3 \Rightarrow \frac{2-x}{x^2-5x+6} \geq 3 \Leftrightarrow \frac{3x^2-14x+16}{x^2-5x+6} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{3x-8}{x-3} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{8}{3} \leq x \leq 3 \quad (\text{không thỏa mãn}).$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(3; \frac{10}{3}]$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 272. Biết bất phương trình $\frac{x^2 + x + 2017}{|2x - 1| - x - 2} \geq 0$ có tập nghiệm là $S = (-\infty; a) \cup (b; +\infty)$. Hãy tính $P = a^3 + b^2$.

A. $\frac{244}{9}$. B. $\frac{244}{27}$. C. $-\frac{242}{9}$. D. $\frac{242}{27}$.

Lời giải.

Điều kiện:

$$|2x - 1| - x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow |2x - 1| \neq x + 2.$$

Do $x^2 + x + 2017 > 0$ với mọi số thực x .

Bất phương trình trở thành

$$|2x - 1| - x - 2 > 0 \Leftrightarrow |2x - 1| > x + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 > x + 2 \\ 2x - 1 < -x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -\frac{1}{3} \end{cases}.$$

Suy ra $S = \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (3; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 273. Biết tập nghiệm của bất phương trình $x^2 \leq \left|1 - \frac{2}{x^2}\right|$ có dạng $S = [a; b] \setminus \{c\}$. Tính $a^2 + b^2 - c$.

A. 2. B. -2. C. 3. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Với $x \neq 0$, ta có

$$\begin{aligned} & \left|1 - \frac{2}{x^2}\right| \geq x^2 \\ \Leftrightarrow & |x^2 - 2| \geq x^4 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x^2 - 2 \geq x^4 \\ x^2 - 2 \leq -x^4 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x^4 - x^2 + 2 \leq 0 \\ x^4 + x^2 - 2 \leq 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & x \in [-1; 1]. \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện $x \neq 0 \Rightarrow S = [-1; 1] \setminus \{0\}$.

Suy ra $a = -1$, $b = 1$ và $c = 0$. Do đó, $a^2 + b^2 - c = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 274. Số dương x thỏa mãn $\sqrt{x} < 3x$ khi và chỉ khi

A. $x > 9$. B. $x > \frac{1}{3}$. C. $x < \frac{1}{9}$. D. $x > \frac{1}{9}$.

Lời giải.

$$\sqrt{x} < 3x \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 9x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \begin{cases} x < 0 \\ x > \frac{1}{9} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{9}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 275. Tính tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình $\sqrt{x^2 - 6x + 6} \leq 2x - 1$ trong đoạn $[1; 10]$.

A. 6.

B. 5.

C. 46.

D. 45.

Lời giải.

Ta có

$$\sqrt{x^2 - 6x + 6} \leq 2x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 6 \geq 0 \\ 2x - 1 \geq 0 \\ x^2 - 6x - 6 \leq (2x - 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ \begin{cases} x \leq 3 - \sqrt{3} \\ x \geq 3 + \sqrt{3} \end{cases} \\ 3x^2 + 2x + 5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 3 + \sqrt{3}.$$

Xét đoạn $[1; 10]$, các nghiệm nguyên của bất phương trình là $\{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Tổng các nghiệm nguyên này là 45.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 276. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2 + 5x + 3} < 2x + 1$ là

A. $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$.

B. $\left(-\frac{2}{3}; 1\right)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $\left(-\frac{2}{3}; \frac{-1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \sqrt{x^2 + 5x + 3} < 2x + 1 &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5x + 3 \geq 0 \\ 2x + 1 > 0 \\ x^2 + 5x + 3 < (2x + 1)^2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \leq \frac{-5 - \sqrt{13}}{2} \\ x \geq \frac{-5 + \sqrt{13}}{2} \end{cases} \\ x > -\frac{1}{2} \\ 3x^2 - x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \leq \frac{-5 - \sqrt{13}}{2} \\ x \geq \frac{-5 + \sqrt{13}}{2} \end{cases} \\ x > -\frac{1}{2} \\ \begin{cases} x < -\frac{2}{3} \\ x > 1 \end{cases} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow x > 1. \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 277. Cho các bất phương trình sau:

a) $\sqrt{x - 5} \geq \sqrt{5 - x}$

b) $\sqrt{x + 2} + x^2 < -1$

c) $\sqrt{1 + 4(x - 1)^2} + \sqrt{5 - 4x + x^2} < 2$

Trong các bất phương trình trên có bao nhiêu bất phương trình vô nghiệm?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Bất phương trình (1): $\sqrt{x-5} \geq \sqrt{5-x}$.

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5$.

Thay $x = 5$ vào bất phương trình, suy ra bất phương trình có tập nghiệm là $S = \{5\}$.

Bất phương trình (2): $\sqrt{x+2} + x^2 < -1$.

Với điều kiện $x \geq 2$, ta luôn có $\sqrt{x+2} + x^2 \geq 0$. Do đó, bất phương trình đã cho vô nghiệm.

Bất phương trình (3): $\sqrt{1+4(x-1)^2} + \sqrt{5-4x+x^2} < 2$.

Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có

$$\sqrt{1+4(x-1)^2} + \sqrt{5-4x+x^2} = \sqrt{1+4(x-1)^2} + \sqrt{1+(x-2)^2} \geq 2.$$

Do đó, bất phương trình đã cho vô nghiệm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 278. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{|x^2 - 8x + 12|}{\sqrt{5-x}} > \frac{x^2 - 8x + 12}{\sqrt{5-x}}$ là

- A. (2; 6). B. (2; 5). C. (-6; -2). D. (5; 6).

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x < 5$.

Với điều kiện trên, bất phương trình đã cho tương đương với

$$|x^2 - 8x + 12| > x^2 - 8x + 12 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 12 < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 6.$$

So với điều kiện xác định, ta có $2 < x < 5$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 279. Một bạn học sinh đã giải bất phương trình $\sqrt{x^2-4} - \sqrt{x+2} \geq x+2$ (*) theo 3 bước như sau:

- Bước 1:

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x^2 - 4 \geq 0 \\ x + 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)(x+2) \geq 0 \\ (x+2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 2$$

- Bước 2:

Với điều kiện trên thì (*) có dạng

$$\sqrt{(x-2)(x+2)} - \sqrt{x+2} \geq x+2$$

Chia cả 2 vế cho $\sqrt{x+2} > 0$ ta được

$$\sqrt{x-2} - 1 \geq \sqrt{x+2}$$

- Bước 3:

Với $x \geq 2$ ta có $\sqrt{x-2} < \sqrt{x+2} \Rightarrow \sqrt{x-2} - 1 < \sqrt{x+2}$. Vậy bất phương trình vô nghiệm.

Theo em, bạn học sinh đó giải đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

A. Sai từ bước 2.

B. Sai từ bước 3.

C. Sai từ bước 1.

D. Lời giải đúng.

Lời giải.

Sai từ bước 1. Sửa lại:

- **Bước 1:**

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x^2 - 4 \geq 0 \\ x + 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)(x+2) \geq 0 \\ (x+2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 2 \\ x \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 280. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $|2x + 4| > \sqrt{x^2 - 6x + 9}$.

A. $(-\infty; -7) \cup \left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

B. $\left(-7; -\frac{1}{3}\right)$.

C. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (7; +\infty)$.

D. $\left(\frac{1}{3}; 7\right)$.

Lời giải.

Bất phương trình

$$\begin{aligned} |2x + 4| &> \sqrt{x^2 - 6x + 9} \\ \Leftrightarrow (2x + 4)^2 &> x^2 - 6x + 9 \\ \Leftrightarrow 4x^2 + 16x + 16 &> x^2 - 6x + 9 \\ \Leftrightarrow 3x^2 + 22x + 7 &> 0 \\ \Leftrightarrow x &\in (-\infty; -7) \cup \left(-\frac{1}{3}; +\infty\right). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 281. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\frac{(x-1)(x^3-1)}{x^2+(1+2\sqrt{2})x+2+\sqrt{2}} \leq 0$.

A. $(-1 - \sqrt{2}; -\sqrt{2})$.

B. $(-1 - \sqrt{2}; 1]$.

C. $(-1 - \sqrt{2}; -\sqrt{2}) \cup \{1\}$.

D. $[1; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $x \neq \{-1 - \sqrt{2}; -\sqrt{2}\}$. Với điều kiện trên bất phương trình

$$\frac{(x-1)(x^3-1)}{x^2+(1+2\sqrt{2})x+2+\sqrt{2}} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{(x-1)^2(x^2+x+1)}{x^2+(1+\sqrt{2})x+2+\sqrt{2}} \leq 0$$

Ta có $x^2 + x + 1 > 0$ với mọi x , nên bất phương trình $\Leftrightarrow \frac{(x-1)^2}{x^2+(1+\sqrt{2})x+2+\sqrt{2}} \leq 0$

• Nếu $x = 1$, bất phương trình trở thành $0 \leq 0$ (hiển nhiên)

• Nếu $x \neq 1$, bất phương trình $\Leftrightarrow x^2 + (1 + \sqrt{2})x + 2 + \sqrt{2} \leq 0 \Leftrightarrow x \in [-1 - \sqrt{2}; \sqrt{2}]$

Kết hợp với điều kiện ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-1 - \sqrt{2}; -\sqrt{2}) \cup \{1\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 282. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{(x+4)(6-x)} \leq 2(x+1)$.

A. $[-2; 5]$.

B. $\left[\frac{\sqrt{109}-3}{5}; 6\right]$.

C. $[1; 6]$.

D. $[0; 7]$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
 & \sqrt{(x+4)(6-x)} \leq 2(x+1) \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} (x+4)(6-x) \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \\ (x+4)(6-x) \leq 4(x+1)^2 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} -4 \leq x \leq 6 \\ x \geq -1 \\ 5x^2 + 6x - 20 \geq 0 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} -4 \leq x \leq 6 \\ x \geq -1 \\ \begin{cases} x \leq \frac{-3 - \sqrt{109}}{5} \\ x \geq \frac{-3 + \sqrt{109}}{5} \end{cases} \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \frac{\sqrt{109} - 3}{5} \leq x \leq 6.
 \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left[\frac{\sqrt{109} - 3}{5}; 6 \right]$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 283. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{2(x-2)(x-5)} > x-3$.

A. $[-100; 2]$.

B. $(-\infty; 1]$.

C. $(-\infty; 2] \cup [6; +\infty)$.

D. $(-\infty; 2] \cup (4 + \sqrt{5}; +\infty)$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} & \sqrt{2(x-2)(x-5)} > x-3 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x-3 < 0 \\ (x-2)(x-5) \geq 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ 2(x-2)(x-5) > (x-3)^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x < 3 \\ \begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq 5 \end{cases} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2 - 8x + 11 > 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x \leq 2 \\ \begin{cases} x \geq 3 \\ x < 4 - \sqrt{5} \\ x > 4 + \sqrt{5} \end{cases} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x \leq 2 \\ x > 4 + \sqrt{5} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; 2] \cup (4 + \sqrt{5}; +\infty)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 284. Số nghiệm nguyên nhỏ hơn 100 của bất phương trình $\sqrt{x} < x - 2$ là

A. 95.

B. 96.

C. 97.

D. 98.

Lời giải.

$$\sqrt{x} < x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < x^2 - 4x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 5x + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ \begin{cases} x < 1 \\ x > 4 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x > 4.$$

Khi đó số nghiệm nguyên nhỏ hơn 100 của bất phương trình là 95.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 285. Số nghiệm tự nhiên của bất phương trình $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2} \geq 1$ là

A. 2.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Điều kiện $x \geq 2$, với điều kiện trên bất phương trình tương đương với

$$\begin{aligned} & \sqrt{x+1} \geq 1 + \sqrt{x-2} \\ \Leftrightarrow & x+1 \geq 1 + 2\sqrt{x-2} + x-2 \\ \Leftrightarrow & \sqrt{x-2} \leq 1 \\ \Leftrightarrow & (x-2) \leq 1 \\ \Leftrightarrow & x \leq 3. \end{aligned}$$

Vậy số nghiệm tự nhiên của bất phương trình là 2.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 286. Giải bất phương trình $8 + \sqrt{x^2 + x + 4} \geq x^2 + x$.

- A. $0 \leq x \leq 3$. B. $-4 \leq x \leq 3$. C. $-3 \leq x \leq 4$. D. $-4 \leq x \leq 4$.

Lời giải.

Bất phương trình $\Leftrightarrow x^2 + x + 4 - \sqrt{x^2 + x + 4} - 12 \leq 0$.

Đặt $\sqrt{x^2 + x + 4} = t \geq 0$, ta được bất phương trình $t^2 - t - 12 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq t \leq 4$.

Kết hợp với điều kiện ta được

$$\sqrt{x^2 + x + 4} \leq 4 \Leftrightarrow x^2 + x - 12 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq x \leq 3.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 287. Giải bất phương trình $\sqrt{x^2 - 3x - 10} < x - 2$.

- A. $5 \leq x < 14$. B. $5 < x \leq 6$. C. $5 \leq x < 10$. D. $x < 16$.

Lời giải.

$$\sqrt{x^2 - 3x - 10} < x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 3x - 10 \geq 0 \\ x^2 - 3x - 10 < x^2 - 4x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ \begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 5 \end{cases} \\ x < 14 \end{cases} \Leftrightarrow 5 \leq x < 14.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 288. Tìm số nghiệm tự nhiên của bất phương trình $6\sqrt{(x-2)(x-32)} \geq x^2 - 34x + 48$.

- A. 4. B. 6. C. 34. D. 35.

Lời giải.

Điều kiện $x \in (-\infty; 2] \cup [32; +\infty)$, với điều kiện bất phương trình $\Leftrightarrow 6\sqrt{x^2 - 34x + 64} \geq x^2 - 34x + 48$.

Đặt $\sqrt{x^2 - 34x + 64} = t \geq 0$, ta được bất phương trình

$$t^2 - 6t - 16 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq t \leq 8.$$

Kết hợp với điều kiện $t \geq 0$, ta được $\sqrt{x^2 - 34x + 64} \leq 8 \Leftrightarrow x^2 - 34x \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 34$.

Kết hợp với điều kiện ta được $x \in [0; 2] \cup [32; 34]$.

Vậy số nghiệm tự nhiên của bất phương trình là 6.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 289. Giải bất phương trình $\frac{x-2}{\sqrt{2x-3}-1} < 4$.

A. $x \in (2; 18)$.

B. $x \in (6; 26)$.

C. $\left[\frac{3}{2}; 2\right) \cup (2; 26]$.

D. $x \in \left[\frac{3}{2}; 26\right)$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ x \neq 2 \end{cases}$, với điều kiện trên bất phương trình tương đương với

$$\frac{x-2}{\sqrt{2x-3}-1} < 4 \Leftrightarrow \frac{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1)}{2x-3-1} < 4 \Leftrightarrow \sqrt{2x-3} < 7 \Leftrightarrow x < 26.$$

Kết hợp với điều kiện ta được $x \in \left[\frac{3}{2}; 2\right) \cup (2; 26]$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 290. Điều kiện xác định của bất phương trình $\frac{\sqrt{x+5}}{1-x} < 1$ là

A. $\begin{cases} -5 \leq x < -1 \\ x > 1. \end{cases}$

B. $-5 \leq x < 1$.

C. $\begin{cases} -5 \leq x < 0 \\ x > 1. \end{cases}$

D. $\begin{cases} x \geq -5 \\ x \neq 1. \end{cases}$

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x \neq 1 \\ x \geq -5. \end{cases}$

Chọn đáp án **D** □

Câu 291. Giải bất phương trình $(x^2-3x)\sqrt{2x^2-3x-2} \geq 0$.

A. $x \leq -\frac{1}{2}, x \geq 3$.

B. $x \leq -\frac{1}{2}, x > 3$.

C. $x < -\frac{1}{2}, x \geq 3, x = 2$.

D. $x \leq -\frac{1}{2}, x \geq 3, x = 2$.

Lời giải.

Điều kiện $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$, với điều kiện trên bất phương trình

$$\begin{aligned} & (x^2-3x)\sqrt{2x^2-3x-2} \geq 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 2x^2-3x-2=0 \\ \begin{cases} 2x^2-3x-2 \neq 0 \\ x^2-3x \geq 0 \end{cases} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \begin{bmatrix} x=2 \\ x=-\frac{1}{2} \end{bmatrix} \\ \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq -\frac{1}{2} \end{cases} \\ \begin{bmatrix} x \leq 0 \\ x \geq 3. \end{bmatrix} \end{cases} \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện ta được $x \leq -\frac{1}{2}, x \geq 3, x = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 292. Tập nào sau đây chứa tất cả các nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2 + 1} > |x - 3|$?

- A. $(-10; 2)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-3; 1)$. D. $(-2; 5)$.

Lời giải.

$$\text{Xét } \sqrt{x^2 + 1} > |x - 3| \Leftrightarrow x^2 + 1 > x^2 - 6x + 9 \Leftrightarrow x > \frac{4}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 293. Hàm số $y = \sqrt{x^4 - 4x^2}$ không xác định tại mọi phần tử của tập nào sau đây?

- A. $(-3; -2)$. B. $[-2; 0)$. C. $[0; 2)$. D. $[2; 3]$.

Lời giải.

$$\text{Hàm số xác định } \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2] \cup \{0\} \cup [2; +\infty).$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 294. Phương trình $x^2 - (m + 1)x + m^2 - 2m + 2 = 0$ (m là tham số) có hai nghiệm x_1, x_2 . Tìm m để $x_1^2 + x_2^2$ lần lượt đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất.

- A. $m = \frac{7}{3}, m = 1$. B. $m = 1, m = \frac{7}{3}$. C. $m = 3, m = 1$. D. $m = \frac{7}{3}, m = 3$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện có nghiệm } \Delta = -3m^2 + 10m - 7 \geq 0 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq \frac{7}{3}.$$

Áp dụng định lí Vi-ét suy ra $x_1^2 + x_2^2 = -m^2 + 6m - 3 = f(m)$. Đồ thị của $f(m)$ là parabol hướng xuống có hoành độ đỉnh là $x = 3$, suy ra hàm $f(m)$ đồng biến trên $\left[1; \frac{7}{3}\right]$. Do đó, $f(m)$ đạt giá trị lớn nhất tại $m = \frac{7}{3}$ và giá trị nhỏ nhất tại $m = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 295. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ $\begin{cases} x^2 + 2x - 15 < 0 \\ (m + 1)x \leq 3 \end{cases}$ có nghiệm.

- A. $m > 0$. B. $m < -1$. C. $\forall m \in \mathbb{R}$. D. $-1 < m < 0$.

Lời giải.

$$\text{Hệ tương đương với } \begin{cases} -5 < x < 3 \\ (m + 1)x \leq 3 \end{cases}$$

- Xét $m = -1$ thỏa mãn.

- Xét $m > -1$ hệ tương đương với $\begin{cases} -5 < x < 3 \\ x \leq \frac{3}{m + 1} \end{cases}$. Hệ có nghiệm khi $\frac{3}{m + 1} > -5$. Kết hợp điều kiện suy ra $m > -1$.

- Xét $m < -1$ hệ tương đương với $\begin{cases} -5 < x < 3 \\ x \geq \frac{3}{m + 1} \end{cases}$. Hệ có nghiệm khi $\frac{3}{m + 1} < 3$. Suy ra $m < 0$. Kết

hợp điều kiện ta có $m < -1$.

Vậy hệ có nghiệm $\forall m \in \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(C)** □

- Câu 296.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ $\begin{cases} x^2 - m^2 \leq 0 \\ (m-2)x \geq 10 \end{cases}$ vô nghiệm.
- A. $(1 - \sqrt{11}; 1 + \sqrt{11})$.
 B. $(2; +\infty)$.
 C. $\left(2; \frac{1 + \sqrt{11}}{2}\right)$.
 D. $(1 - \sqrt{11}; 2)$.

Lời giải.

$$\begin{cases} x^2 - m^2 \leq 0 \\ (m-2)x \geq 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -|m| \leq x \leq |m| \\ (m-2)x \geq 10 \end{cases}$$

Ta có 4 trường hợp sau:

TH1. Xét $m = 2$ thỏa mãn.

TH2. Xét $m > 2$ hệ tương đương với $\begin{cases} -m \leq x \leq m \\ x \geq \frac{10}{m-2} \end{cases}$.

Hệ vô nghiệm khi $\frac{10}{m-2} > m \Leftrightarrow 1 - \sqrt{11} < m < 1 + \sqrt{11}$.

Kết hợp điều kiện suy ra $2 < m < 1 + \sqrt{11}$.

TH3. Xét $0 \leq m < 2$ hệ tương đương với $\begin{cases} -m \leq x \leq m \\ x \leq \frac{10}{m-2} \end{cases}$. Hệ vô nghiệm khi $\frac{10}{m-2} < -m$. Giải ra

được điều này luôn đúng. Suy ra $0 \leq m < 2$ thỏa mãn.

TH4. Xét $m < 0$ hệ tương đương với $\begin{cases} m \leq x \leq -m \\ x \leq \frac{10}{m-2} \end{cases}$. Hệ vô nghiệm khi $\frac{10}{m-2} < m$. Giải và kết hợp

điều kiện, suy ra $1 - \sqrt{11} < m < 0$.

Vậy $m \in (1 - \sqrt{11}; 1 + \sqrt{11})$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 297. Định giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + 2(m-3)x + m - 13 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2 - x_1^2 - x_2^2$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $m = 6$.
 B. $m = \frac{27}{8}$.
 C. $m = 3$.
 D. $m = 13$.

Lời giải.

Ta có $\Delta' = m^2 - 7m + 22 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$. Áp dụng định lý Vi-ét suy ra

$$x_1x_2 - x_1^2 - x_2^2 = -(4m^2 - 27m + 75).$$

Đây là parabol hướng xuống nên đạt giá trị lớn nhất khi $m = \frac{27}{8}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 298. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 - 2mx + 5m - 4 = 0$ (m là tham số) có đúng một nghiệm thuộc đoạn $[0; 1]$.

- A. $m = 1$.
 B. $m = \frac{4}{5}$.
 C. $\frac{4}{5} \leq m \leq 1$.
 D. $\begin{cases} m \geq 1 \\ m < \frac{4}{5} \end{cases}$.

Lời giải.

Xét $x = 0; x = 1$ là nghiệm ta tìm được $m = 1, m = \frac{4}{5}$ thỏa mãn.

Xét phương trình có đúng một nghiệm thuộc $(0; 1)$ ta có 3 trường hợp sau

$$\begin{cases} x_1 < 0 < x_2 < 1 & (1) \\ 0 < x_1 < 1 < x_2 & (2) \\ 0 < x_1 = x_2 < 1 & (3) \end{cases}$$

Trường hợp (1) và (2) tương đương với $f(0).f(1) < 0$ suy ra $\frac{4}{5} < m < 1$.

Trường hợp (3) tương đương với $\begin{cases} \Delta' = m^2 - 5m + 4 = 0 \\ 0 < \frac{S}{2} = m < 1 \end{cases}$ suy ra $m \in \emptyset$. Vậy $\frac{4}{5} \leq m \leq 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 299. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $12x^2 - 6mx + m^2 - 4 + \frac{12}{m^2} = 0$ (m là tham số).

Xác định m để $x_1^3 + x_2^3$ lần lượt đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất.

A. $m = 2\sqrt{3}, m = -2\sqrt{3}$.

B. $m = -2\sqrt{3}, m = 2\sqrt{3}$.

C. $m = 2, m = 2\sqrt{3}$.

D. $m = 2, m = -2$.

Lời giải.

Điều kiện để phương trình có nghiệm là $\Delta' \geq 0$ suy ra $-m^2 + 16 - \frac{48}{m^2} \geq 0$.

Do đó, $2 \leq |m| \leq 2\sqrt{3}$ suy ra $m \in [-2\sqrt{3}; -2] \cup [2; 2\sqrt{3}]$. Áp dụng định lý Vi-ét ta có

$$x_1^3 + x_2^3 = \frac{m}{2} - \frac{3}{2m} = f(m).$$

Trên đoạn $[-2\sqrt{3}; -2]$ và $[2; 2\sqrt{3}]$ ta chứng minh $f(m)$ là hàm đồng biến.

Ta có $\begin{cases} f(-2\sqrt{3}) < f(-2) = -\frac{1}{4} \\ f(2) = \frac{1}{4} < f(2\sqrt{3}) \end{cases}$ suy ra $f(-2\sqrt{3}) < f(2\sqrt{3})$.

Vậy $x_1^3 + x_2^3$ đạt giá trị nhỏ nhất ứng với $m = -2\sqrt{3}$ và đạt giá trị lớn nhất ứng với $m = 2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 300. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + \frac{1}{x^2} + (1-3m)\left(x + \frac{1}{x}\right) + 3m = 0$ có nghiệm.

A. $m \leq 0$.

B. $m > \frac{4}{3}$.

C. $\begin{cases} m \geq \frac{4}{3} \\ m \leq 0 \end{cases}$.

D. $m \in \emptyset$.

Lời giải.

Đặt $t = x + \frac{1}{x}$ suy ra $x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2$ và $|t| \geq 2$. Phương trình tương đương với $t^2 + (1-3m)t + 3m - 2 = 0$.

Phương trình có nghiệm $t = 1$ (loại) hoặc $t = 3m - 2$.

Để phương trình có nghiệm thì $|3m - 2| \geq 2$ suy ra $\begin{cases} m \geq \frac{4}{3} \\ m \leq 0 \end{cases}$.

Chọn đáp án **C** □

ĐÁP ÁN

201. B	202. C	203. C	204. D	205. D	206. C	207. C	208. A	209. A	210. A
211. D	212. B	213. C	214. A	215. C	216. D	217. D	218. D	219. C	220. A
221. C	222. D	223. D	224. D	225. D	226. C	227. C	228. A	229. A	230. A
231. A	232. A	233. C	234. A	235. B	236. B	237. B	238. C	239. D	240. C
241. A	242. C	243. A	244. B	245. D	246. A	247. D	248. B	249. A	250. B
251. B	252. A	253. C	254. C	255. D	256. D	257. A	258. C	259. D	260. A
261. C	262. D	263. C	264. D	265. D	266. D	267. D	268. A	269. D	270. C
271. B	272. D	273. A	274. D	275. D	276. C	277. C	278. B	279. C	280. A
281. C	282. B	283. D	284. A	285. A	286. B	287. A	288. B	289. C	290. D
291. D	292. B	293. C	294. A	295. C	296. A	297. B	298. C	299. A	300. C